

教育部109年度中小學科學教育計畫專案

期末報告大綱

計畫編號：64

計畫名稱：維校探險趣--探究式教學融入高年級數學素養課程研發（第二年）

主持人：黃峰文

執行單位：雲林縣維多利亞國小

壹、計畫目的及內容：

第一年執行後，發現學生透過探究教學模式，產生數學語言辯證、操作分析說明及歸納推論的表現於一般教學有差異。且學生整理出來的資料更跳脫單純解題方式，而是有完整的分析歸納。唯質性分析部份稍顯薄弱，經教授建議後，於第二年計畫修正質性分析方式。

由於第一年計畫採取單校課例研發實驗分析，在推廣應用部份似乎無法產生對照比較，尤其本校為私立學校，在學生學習表現上與公立學校仍有差異，第二年計畫將進行跨校合作模式，並將探究教學的相關課程資源分享精進。

第二年計畫將著重在目的（三）學生學習動機提升及數學素養的培養，並以 Kilpatrick et.al. (2001) 五股數學素養為主，並參考美國國家評量指導委員會所訂定之 NAEP 數學評量架構 (National Assessment Governing Board [NAGB], 2002)、NCTM (2000) 和 Niss (2003) 數學學習核心能力等標準，形成數學素養五股能力檢核表進行質性分析。

（一）根據高年級數學課程挑選單元規劃設計探究式教學活動。

（二）結合數學教具操作及探究教學流程，達到學生自發、同儕互動、師生共好的素養精神內涵，再由學生的解題歷程、教具操作模式、探究教學流程修正、多元動態評量設計。

（三）學生學習動機提升及數學素養的培養

貳、研究方法及步驟：

（一）研究方法

透過「探究式教學法」探討分析執行數學課程產生的「質性」變化，協助教學者全面性的瞭解學生從學習動機、歷程、討論發表、多元評量等各階段的學習展現與成效。並透過教學現場的紀錄，實地蒐集訪談學生資料，進行質性研究。藉由個別訪談分析學生對於學習方式改變後在數學領域學習中產生的真實感受及學習興趣的變化。教師須據實記錄學生解題發表狀況，以呈現出學生在數學評量改變下的學習成效。

質性資料分析 (Qualitative Data Analysis)

以 Kilpatrick et.al. (2001) 五股數學素養為主，並參考美國國家評量指導委員會所訂定之 NAEP 數學評量架構 (National Assessment Governing Board [NAGB], 2002)、NCTM (2000) 和 Niss (2003) 數學學習核心能力等標準，形成數學素養五股能力檢核表進行質性分析。

(探討七年級學生在以臆測為中心的數學探究教學脈絡下 其數學素養展現情形，秦爾聰、劉致演、尤昭奇，2015)

(二) 研究對象

本研究擬以維多利亞小學高年級學生為研究對象。維多利亞國小位處於斗六郊區，鄰近78號東西向交流道，學生包含嘉義、彰化。學校辦理多元數學活動競賽，學生參與度極高，且願意討論分析。研究者與研究團隊依據數學課綱理念精神，研發出符應『自發、互動、共好』理念之數學教學活動。

期許本研究可以提供有效有感的數學教學方案，讓低成就學生可以透過本研究方案產生學習動機，中上程度學生則可以激化思考分析的能力，將數學素養內化。

跨校交流目前擬規劃與雲林縣斗南石龜國小學校進行探究教學交流。並且針對跨校交流的學生學習狀況進行質性分析及對照比較。

(三) 課程設計流程

研究者和團隊先針對教材進行數學概念分析，挑選適合重新設計成探究教學課程之單元。數學單元可以透過教具操作建立概念，抑或者該單元數學概念的建立可以利用引導方式逐步建立。

接著將數學概念轉化成探究流程（直接講述教學方式轉化教具操作提問引導）。而數學單元可以結合的教具操作方式及佈題層次也是透過每個數學單元進行分析。

2、探究教學流程（第二年期改成採用Chapman(2007)四階段探究模式）

(1) 引入階段（an introduction stage）

任務說明：此階段以瞭解學生先備知識及舊經驗。說明任務或解釋新概念，學生提問釐清，教師追問複述。

(2) 探索階段（an exploration stage）

思考聚焦：不急著讓孩子討論，先做個人發想思考，然後帶著想法或疑問進入小組探究。

行間提示：教師行間巡視時，適時給予追問或提示，以免學生離題或者誤會任務目標。

(3) 分享與討論階段（a sharing and discussion stage）

討論記錄：透過組員的分享與指導，讓孩子在對話中澄清想法與交，流解題策略。凝聚共識後，記錄於小組記錄單中。教師適時引導討論確保學生扣緊學習目標。

(4) 結論階段（a conclusion stage）

歸納總結：小組輪流發表自己的探究結果。透過不同小組的歸納分享建立主要學習概念。教師指導學生思考主要的核心概念及總結想法。

參、目前研究成果：

(一) 第一年已經完成部份：

(1) 建置部落格分享教學設計及相關資料。

<https://funmathexploration.blogspot.com/>

(2) 探究教學課例：

- 五年級：[蛋糕任務大挑戰](#)多邊形內角和、三角形三邊長關係、[對稱圖形大比拼](#)對稱圖形探究分析。
- 六年級：[因倍數急轉彎](#)桌遊設計（探究分析牌卡）、[大圓包小圓](#)（圓周長延伸）、[回收獎勵任務](#)（比例）



(二) 桌遊探究研發提升數學學習樂趣：

透過桌遊改編將數學融入教學單元中。

『自發、互動、共好』是新課綱核心內涵，透過探究式數學教學活動可以提升學生學習的動機，並且在小組討論分析發表歸納中達到互動，凝聚共識歸納概念釐清迷思達到共好。



➤ 桌遊融入教學初探：認識桌遊扣合的數學知識點及如何運用

EX：搜捕農場動物

如果打出一張8，而場上有8、7、5、3，這時可以吃掉哪些牌呢？聰明的你一定有發現，該玩家可以吃掉5和3的卡片。不過除了可以吃掉相加的牌以外，玩家也可以吃掉相同數字的卡片喔！所以以這個範例來說，玩家可以決定吃掉一張8，或者吃掉5和3。

探究分析：請你分析牌卡數字及動物的搭配關係，怎麼樣規劃才能取勝。

➤ 四邊形出頭天桌遊牌卡：透過這套牌卡精熟四邊形性質。

牌卡扣合知識點

- 1、不斷練習判斷四邊形性質。
- 2、四邊形性質之間的包含關係探究。

探究分析：

- 1、如何使用四邊形性質的移動指令牌卡呢？
- 2、四邊形性質移動與牌卡的關係。



★校外社群共備分享有老師提出之前第一年期推廣的牌卡在課堂當中使用，有明顯提高學生對於數學概念複習的興趣。

而在數學概念知識的檢測成績也有相對提昇。

(三) 跨校交流資源共享互助共好，針對本計畫研發之教材進行跨校交流實驗，並建立質性分析對照比較。教材資源於本計畫概算之內，為求互助共好，相關教材資源會免費提供給鄰近偏鄉學校。

◆ 針對校內研發探究式教學活動，於交流學校進行教學實驗，並分析執行成效，確認課例研發效用。



◆ 跨校共備分享：針對探究教學活動進行跨校共備。



◆ 跨校成果發表及推廣：針對探究教學活動進行開放性成果發表及推廣，初步嘗試透過成發進行推廣及合作探詢，教師透過成發瞭解活動操作及教學細節，並提供因應自己學校的調整作法，教師大多展現極大的合作意願，並且現場有三間學校提出合作意願推廣探究教學活動，並且於班上實驗後再提供相關數據。但是因為後來就停課不停學，學生無法進行實體操作課程，因此，無法提供相關課程教學回饋。



(四) 探究式數學教材研發：研發出符應素養導向之教材，並且自編相關教學內容及講義。而教具操作模式的多元可能也將建立相關資料庫，提供教學現場教師參考使用。讓教材跳脫單一講述，而教具跳脫複製操作的窠臼。

● 探究教材學生回饋記錄（舉例：方塊方程式）

- 在【Play 3】中，想要搶先抵達對方底線的過程中，當你取得「魔法方塊」時，你會怎麼用「魔法方塊」使其發揮魔法般的效果？為什麼呢？

學生答案：

(1)會用來阻擋對手前進，因為這樣可以讓對手移動變慢。

(2)會把它接在四格後面，讓車變長，移動變快。

● 這遊戲有何致勝方法？

(1)學生發現四格車速度快，但是被擋住時，可以先利用二格車讓四格車脫困，如果沒有辦法脫困，就用二格車走到底。

(2)在第三階段的遊戲中，可以將它接在左右兩翼拿來夾擊阻擋敵人，在使用二格車吃魔法方塊來加速走到底。

(3)在第三階段的遊戲中，可以利用二格車將魔法方塊吃掉放兩旁去阻止對方的四格車，再利用自己的四格車前進。

● 探究教材學生回饋記錄（舉例：表面積與體積之間關係探究）

表面積與體積之間的關係 引導性探究

1.老師佈題：

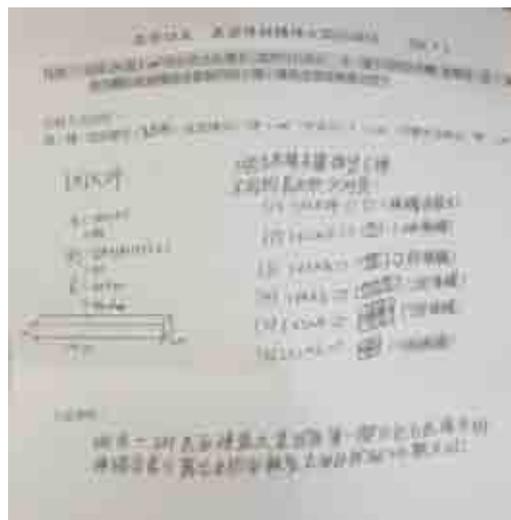
任務一：若有 24 個 1 的白色古氏積木，請問可以堆出種不同的長方體，那麼這種長方體的表面積是否都相同呢？哪一種堆法表面積最大呢？

2.小組討論，並將發現記錄下來。

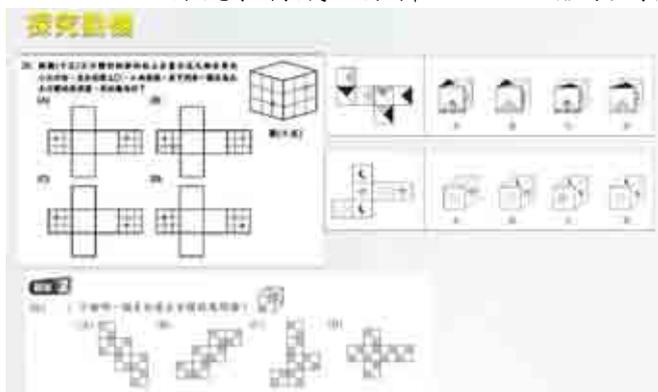
3.小組分享。

4.歸納整理。

5.結論：面與面接觸越少，表面積越大，所以排成一條的表面積最大。



● 探究教材成效分析：以正方體展開圖對應面關係探究活動為例



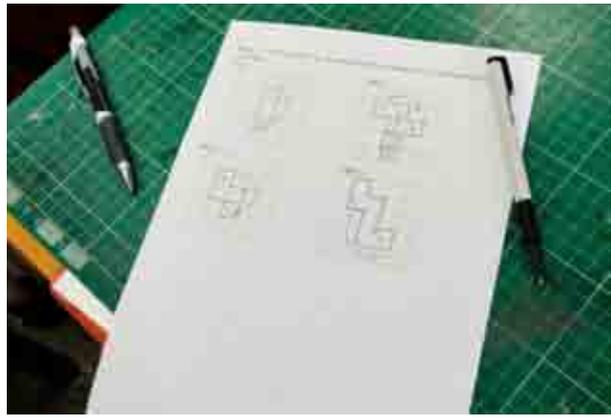
(1) 量化分析（由於只剩一班學生僅能簡單進行答對率差異分析）

★比較前測後測相對應難度的題目答對率狀況：（前後測試卷如附件）

題目類型	前測			後測		
	答對人數	答錯人數	答對率	答對人數	答錯人數	答對率
一、對應面塗色	18	1	94.7%	19	0	100%
二、對應面判斷（1）	18	1	94.7%	18	1	94.7%
二、對應面判斷（2）	15	4	79%	18	1	94.7%
三、邏輯推理正方體	3	16	16%	13	5	68.4%

◇ 基本展開圖對應面關係：前測一、二（1）二題答對率都算很高，唯二（2）為 222 類型，答對率較低，這類題目對應面並非在同一直線上較無法直觀判斷。後測相同難度的答對率有提高，學生已經從推論結果掌握這類對應面關係。

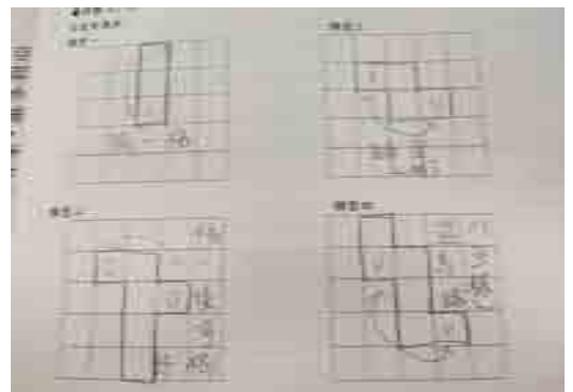
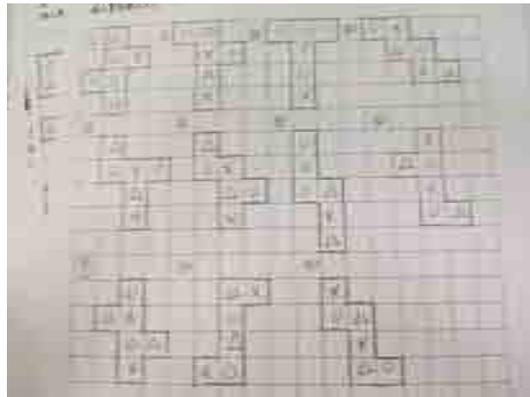
◇ 邏輯推理正方體：這類題目前測答對率非常低，學生必須先判別展開圖還原正方體後圖形的合理對應推理。跟後測相對應明顯差距極大，顯示學生在經過探究教學活動推論討論後，學生能夠掌握判斷對應面合理性關係。



(2) 質性分析 (搭配數學素養五股能力檢核表)

★策略應用 (S): 大部份學生都以智慧片操作拼組方式進行探究實驗 (S1、S2)。但是1、3、4、5、10、12、16、17、19能從 S2進步到 S3發現對應面關係，直接繪圖記錄跳過智慧片拼組。

策略應用 (S)	S1	能運用以前的數學知識和經驗進行解題
	S2	能建構一個或多個數學表徵以呈現問題的數學關係
	S3	會選擇比較有效的方法解題
	S4	能看出不同問題的共同數學結構，將問題一般化



★適性推論 (A): 探究活動需要與同儕進行對話釐清辯證，據原老師表示學生原本大多停留在等待高成就孩子的推論。但是透過這樣的探究活動，學生發現其實有很多種可能性，比較願意提出自己的想法，並且大多可以達到 A2向度。

其中1、17、19更能夠依據數學知識語言及概念對他人想法提出質疑。達到 A3向度。

適性推論 (A)	A1	會檢驗自己或他人的想法
	A2	能為自己或他人的想法進行解釋與辯證
	A3	能根據數學知識對自己或他人的想法提出質疑
	A4	能比較不同的解題策略並進行修正或得出結論

(3) 教學觀察記錄:

★學生在操作探究時，從一開始的不熟悉到能夠提出自己的推證方式。教師只需要透過簡單示範，學生便能夠嘗試探究這類型活動。

★學生在操作時，發現其實其規律性，並且在後面歸納整理類型時，也能夠提出其見解及發現。

肆、目前完成進度

- (一) 邀請校內教師舉辦教學對談及反思（黃峰文老師：四邊形出頭天牌卡、桌遊於數學教學中之應用。陳信源老師：比值與基準量探究、奠基模組於數學教學之應用）
- (二) 跨校交流共備：10月28日石龜國小教師共備研習、11月5日石龜國小五年級入班交流、11月21日雲嘉共備、3月20日 成果發表及推廣共備、4月22日石龜國小六年級入班交流。
- (三) 組成教師社群研討編修教材
- (四) 建置部落格[數學探險趣](#)提供教師參考運用。
- (五) 教材編輯及實驗：比值與基準量探究型教材、正方體展開圖對應面關係分析探究動機及前測試題討論
- (六) 探究式牌卡設計及實驗：四邊形出頭天。
- (七) 探究式課程量化分析（石龜國小），校內原訂三個班級的量化分析無法實施。因此，少了校內外的對照比較。但是從石龜國小的探究成效分析比照第一年校內學生狀況可以發現孩子在透過適切的探究教學引導過程，學生是可以達到相同成效。

伍、討論與建議(含遭遇之困難與解決方法)

(一) 遭遇困難：

原本設定正方體展開圖對應面關係探究活動安排前後測進行量化分析，但因為疫情關係僅執行石龜國小六年甲班部份，本校由於線上課程無法進行實體操作達到探究教學活動成效，導致數據資料太少，無法進行量化分析？

解決方案：針對單一學校數據量進行答對率之間差異進行簡化分析，佐以質性觀察記錄為主。

(二) 遭遇困難：探究式教學活動需要轉化為學生自主探究分析為主，這類型的教學模式並非一般學校常常進行的模式。

解決方案：本次合作學校接採取入班協同授課方式，因此，執行狀況良好，學生反映也不錯。但是倘若單純回歸班級授課老師，並需要詳細規劃每一個教學流程步驟，這樣授課老師較能夠有一定的教學流程參考。

陸、參考資料

Anselm Strauss, Juliet Corbin 徐宗國譯 (1997)。質性研究概論。

湯偉君、邱美虹 (1999)。創造性問題解決 (CPS) 模式的沿革與應用。科學教育月刊。第二二三期 2-20。

潘淑滿 (2003)。質性研究理論與應用

Cox-Petersen, 2001; Crawford, 2000; Keys & Bryan, 2001; Hogan, & Berkowitz, 2000

楊秀停、王國華 (2007)。實施引導式探究 教學對於國小學童學習成效之影響。科學教育學刊, 15(4), 439-459。

秦爾聰、劉致演、尤昭奇, 2015。探討七年級學生在以臆測為中心的數學探究教學脈絡下其數學素養展現情形

維多利亞國民小學探究數學教案設計

領域/科目	數學	設計者	陳信源		
實施年級	五年級	總節數	80 分鐘		
單元名稱	正方體和長方體-正方體展開圖				
設計依據					
學習 重點	學習表現	<p>s-III-3 從操作活動，理解空間中面與面的關係與簡單立體形體的性質。</p>	領域 核心 素養	<p>數-E-A1 具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。</p> <p>數-E-A2 具備基本的算術操作能力、並能指認基本的形體與相對關係，在日常生活情境中，用數學表述與解決問題。</p> <p>數-E-A3 能觀察出日常生活問題和數學的關聯，並能嘗試與擬訂解決問題的計畫。在解決問題之後，能轉化數學解答於日常生活的應用。</p> <p>數-E-B1 具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能力，並能熟練操作日常使用之度量衡及時間，認識日常經驗中的幾何形體，並能以符號表示公式。</p> <p>數-E-B3 具備感受藝術作品中的數學形體或式樣的素養。</p> <p>數-E-C1 具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。</p> <p>數-E-C2 樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。</p>	
	學習內容	<p>S-5-6 空間中面與面的關係：以 操作活動為主。生活中面與 面平行或垂直的現象。正 方 體（長方體）中面與面的平 行或垂直關係。用正方體（長方體）檢查面與面的平 行與垂直。</p>			
核心素養呼應說明		透過有趣的情境認識正方體的展開圖，將數學語言運用於日常生活溝通；並藉由與同學一起尋找展開圖的活動，培養與人合作解決問題的能力。			
教材來源		南一版五下數學第四單元「正方體與長方體」			
教學設備/資源		直尺、維數、學習單			
教學活動內容及實施方式			時間	教學評量/備註	

1.先複習前一堂課正方體展開圖的所有類型。

2.主要活動---找出正方體對應邊的關係

(1)發給每位學生 3 組不同顏色的智慧片，共 6 片。

(2)老師佈題：

異次元超展開能量方塊碎成 6 個正方形，由於碎片能量極不穩定，將會對宇宙產生危害。而要恢復能量方塊需要將互為對應面的能量正方形放置正確，才能讓能量穩定下來。

微笑者聯盟已經將部份能量方塊找回來，你能運用地球幾何展開圖的知識維護宇宙的和平嗎？

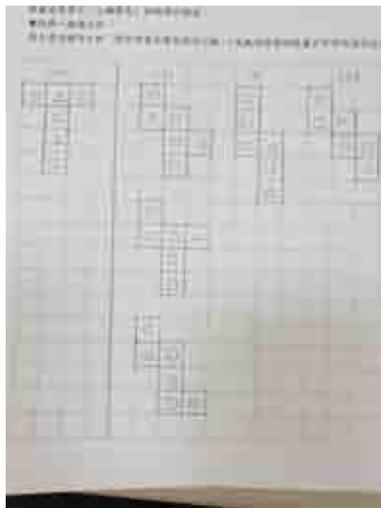
倘若每個能量方塊有兩個能量正方形（相同顏色）必須互為對應面。超展開能量方塊的展開圖有哪些可能呢？

請藉由智慧片（三種顏色）協助操作探究。

★推理分析：

個人嘗試操作分析：請你試著先獨自操作記錄。（兩塊相對應的能量正方形作相同記號）

(3)請學生自行操作，並完成學習單。



(4) 老師佈題：

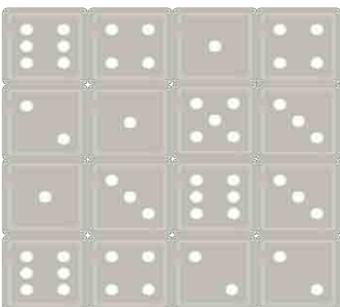
★小組探究分析討論：請小組討論這些展開圖有什麼共通性呢？

（什麼樣的情況兩個正方形一定是對應面）

(5)小組討論並歸納整理。

(6)實際運用：

下邊是一張由 16 個骰子數字面拼成的方格紙，把其中六個相鄰的方格剪下，剛好會形成一個正常骰子的展開圖，請問是哪六格呢？



5 分

15 分

實作評量

學習單

10 分

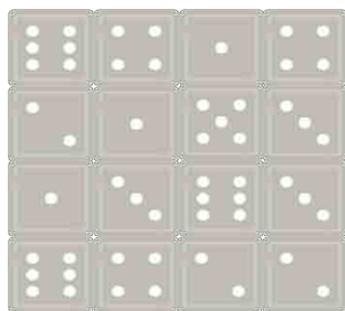
10 分

教學省思

1、因為是操作式的活動課程，所以學生在課堂上的專注度相對比較高，就好像是在玩積木一樣，但是發現有 2、3 位同學在尋找時，好像無頭蒼蠅一樣，不斷的重複剛剛做過的圖形，無法對圖形產生連結。

2.孩子們在討論第二組類型的問題時，容易侷限現在同一個環節打轉，需要老師引導學生才會知道。

3.學生在解決問題時，不太知道要利用上述所整理的概念去處理問題，比方說這個問題：「下邊是一張由 16 個骰子數字面拼成的方格紙，把其中六個相鄰的方格剪下，剛好會形成一個正常骰子的展開圖，請問是哪六格呢？」，而學生習慣拿到題目就是嘗試錯誤，直到找出答案或是亂猜，不太知道要如何利用技巧解決問題，導致大部分的同學都不知道，當老師提點她們利用課堂學習過的東西去推到，學生們就會發現方法並快速的找出答案，所以在方面的題型練習要多花一些時間讓學生利用技巧。



五下第四單元

正方體展開圖





超展開能量方塊



異次元超展開能量方塊碎成**6**個正方形，由於碎片能量極不穩定，將會對宇宙產生危害。而要恢復能量方塊需要將互為對應面的能量正方形放置正確，才能讓能量穩定下來。

微笑者聯盟已經將部份能量方塊找回來，你能運用地球幾何展開圖的知識維護宇宙的和平嗎？

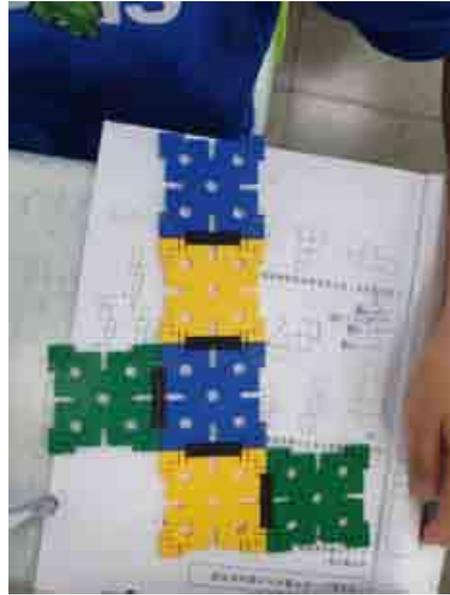
倘若每個能量方塊有兩個能量正方形（相同顏色）必須互為對應面。超展開能量方塊的展開圖有哪些可能呢？請藉由智慧片（三種顏色）協助操作探究。

★任務一推理分析：

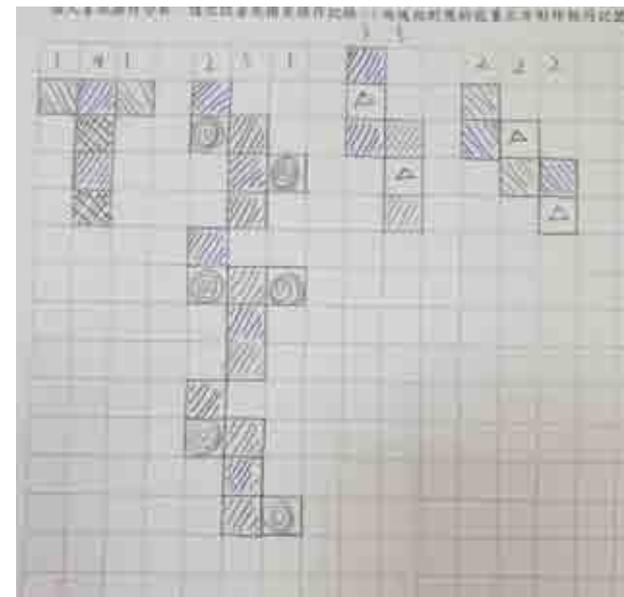
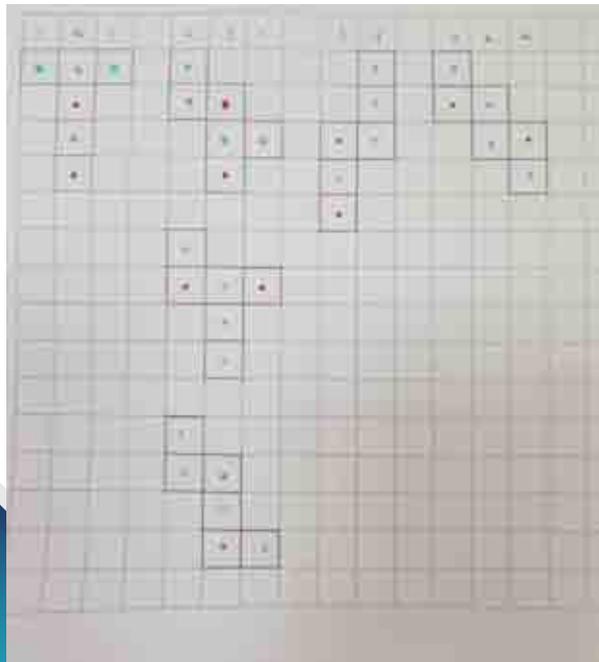
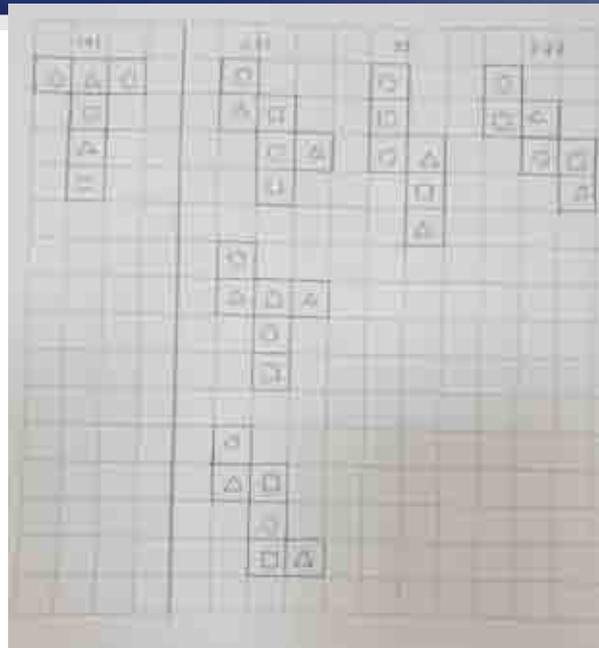
個人嘗試操作分析：請你試著先獨自操作記錄。（兩塊相對應的能量正方形作相同記號）



教具操作



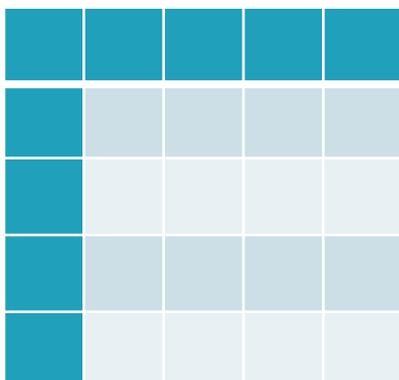
觀察與紀錄



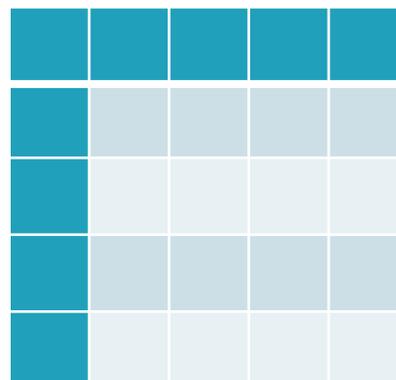


★任務二小組探究分析討論：請小組討論這些展開圖有什麼共通性呢？（什麼樣的情況兩個正方形一定是對應面）

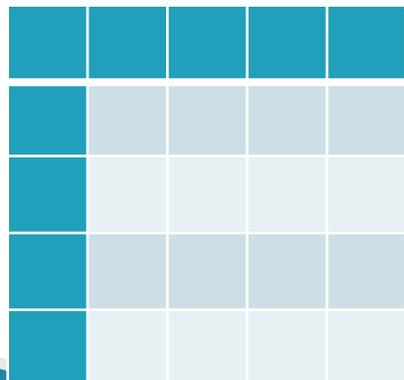
類型一：



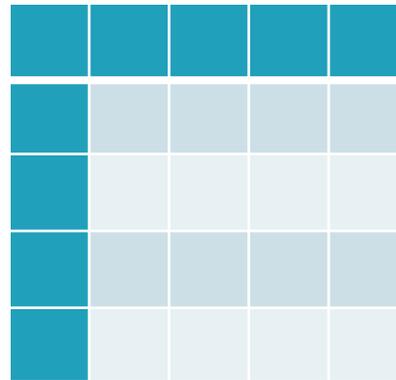
類型二：



類型三：



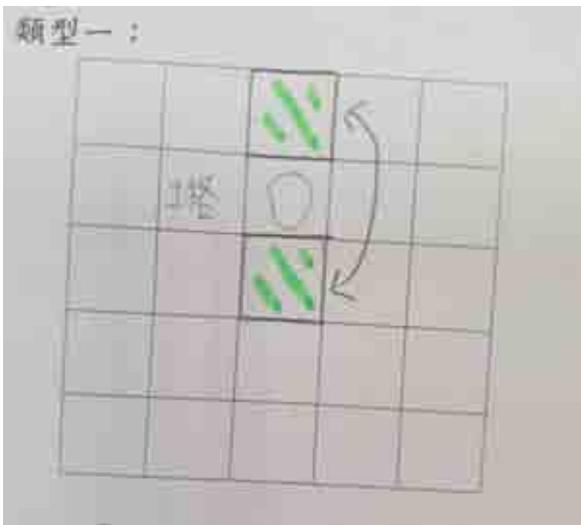
類型四：



歸納與整理



類型一：



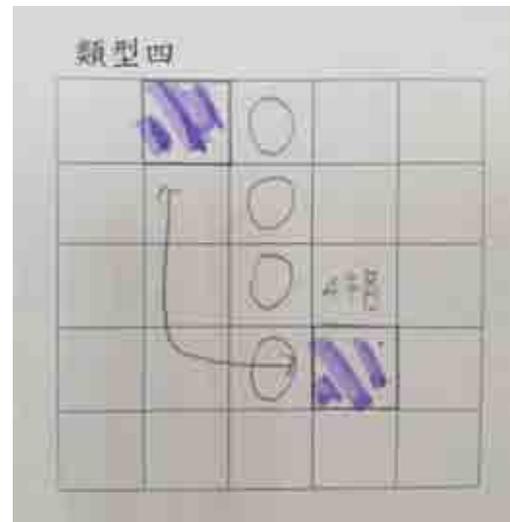
類型二



類型三

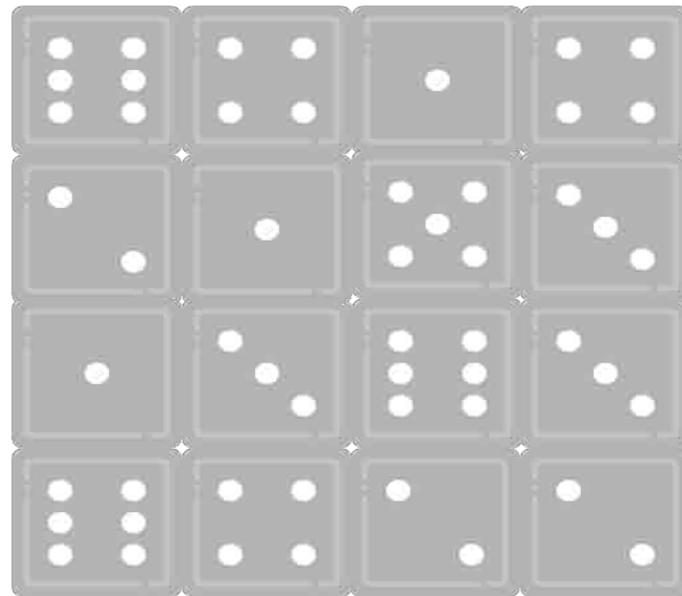


類型四





- ◎下面是一張畫著**16**個骰子面的紙板，把其中六個相鄰的方格剪下，剛好會是一個正常骰子的展開圖，請問是哪六格呢？

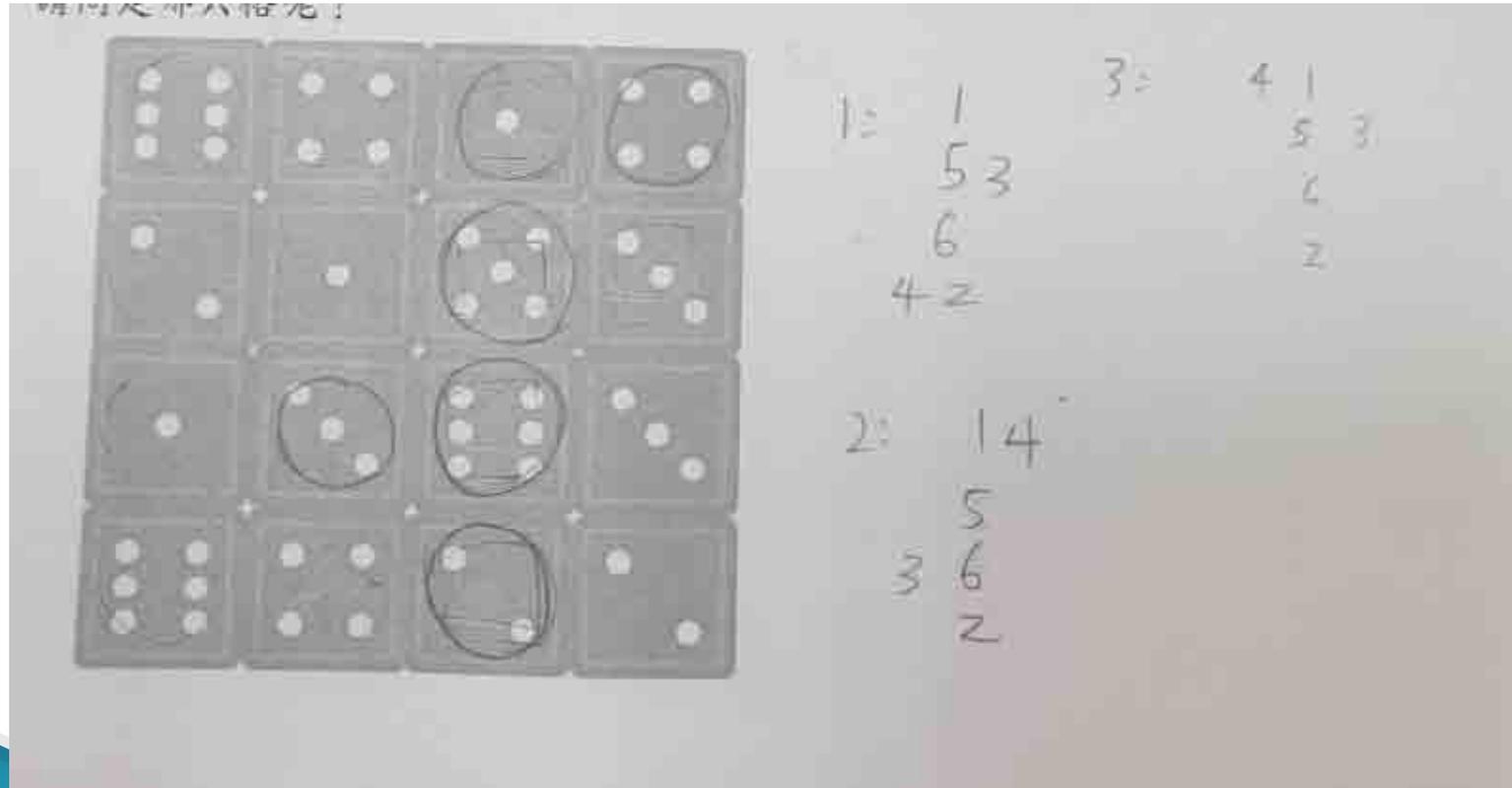


(註：正常骰子相對的兩面點數和為7)

生活應用



1. 先固定一個數字，比方說點數6
2. 因為點數合為7，所以點數6的對面應該是點數1
3. 接這透過正方體的展開圖就可以找出組合



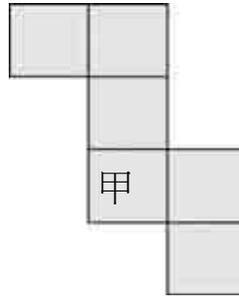
Thank You!



正方體展開圖對應面 前測

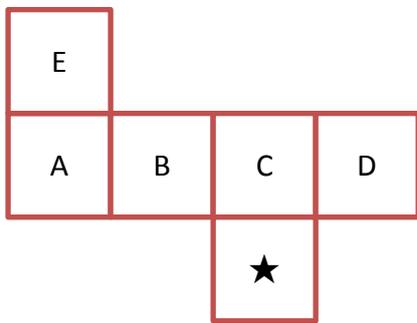
座號：

一、分別把和甲面相對的面塗上顏色。

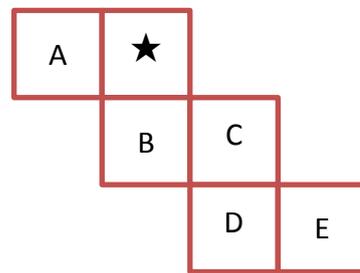


二、請依據下面展開圖判斷，黑星星對面是哪一個正方形呢？

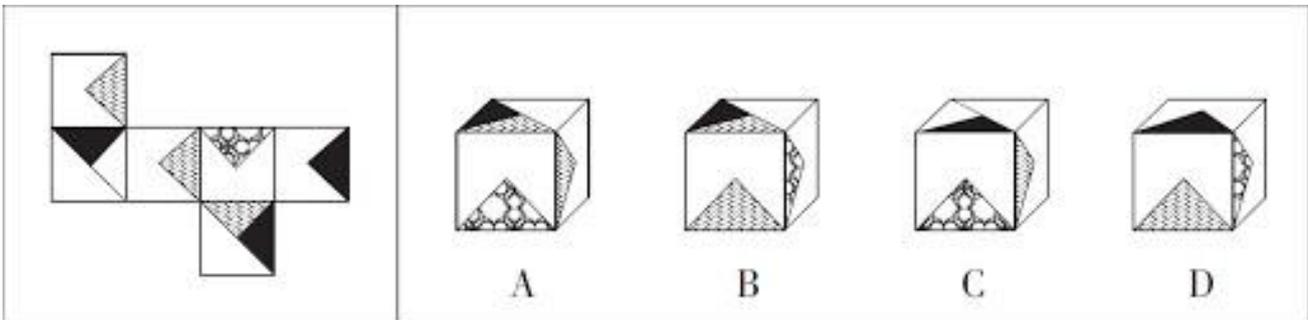
(1)



(2)



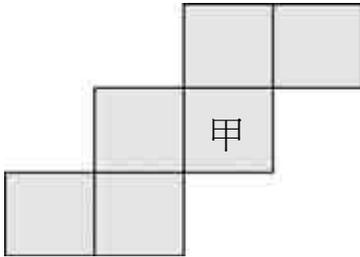
三、下圖為正方體展開圖，請依據圖形線索選出是哪一個正方體的展開圖呢？ ()



正方體展開圖對應面 後測

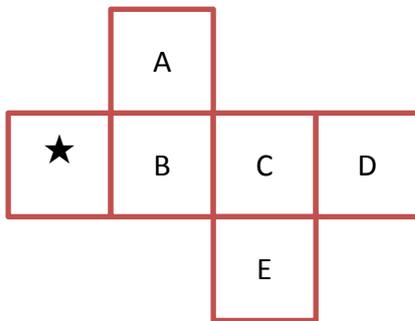
座號：

一、分別把和甲面相對的面塗上顏色。

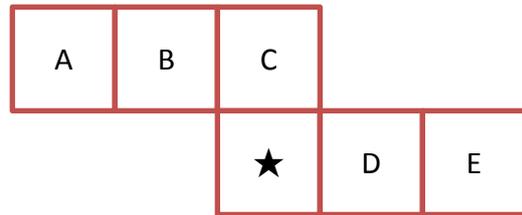


二、請依據下面展開圖判斷，黑星星對面是哪一個正方形呢？

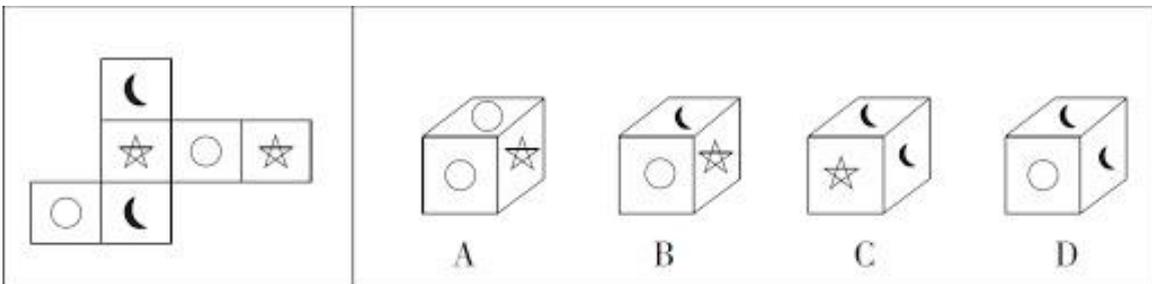
(1)



(2)

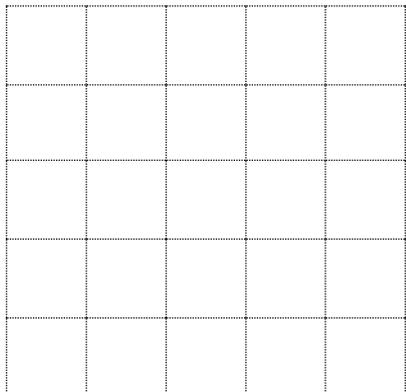


三、下圖為正方體展開圖，請依據圖形線索選出是哪一個正方體的展開圖呢？ ()

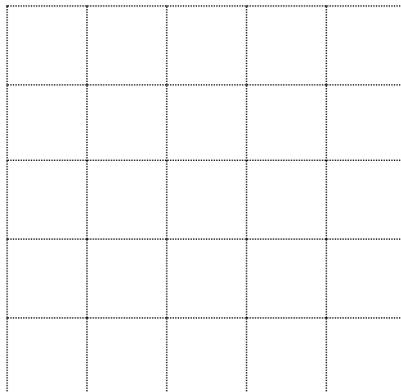


★任務二小組探究分析討論：請小組討論這些展開圖有什麼共通性呢？（什麼樣的情況兩個正方形一定是對應面）

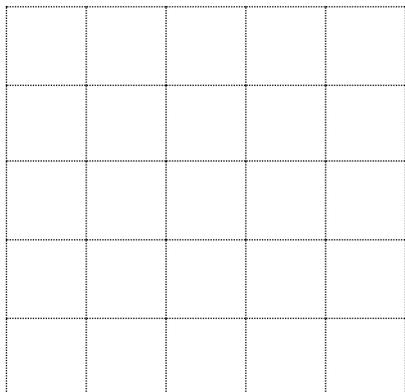
類型一：



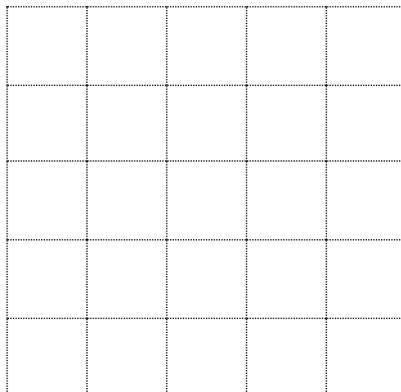
類型三



類型二



類型四



比率與基準量

整數
除法

比與
比值

小數
除法

分數
除法

基準量
問題

開講啦

整數 除法



整數除法

中年級

問題：有18公分長的繩子，每6公分剪成一段，最多可以剪成幾段？

解法： $18 \div 6 = 3$ 答：3段

習慣：孩子在中年級開始接觸除法時，會發現題目都是大的數字除以小的數字，練習久了，遇到應用問題值觀上就是大除以小，就可以算出答案。

高年級

問題：有9450公分長的繩子，每675公分剪成一段，最多可以剪成幾段？

解法： $9450 \div 675 = 14$ 答：14段

習慣：孩子在中年級已經養成這樣的習慣，所以到了高年級還是這樣值觀上處理，也就是大除以小，就可以算出答案。

比與 比值



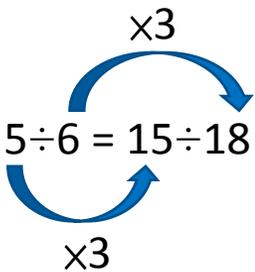
比與比值

概念

在這單元孩子們學習到等值分數、約分、擴分，其實就是同乘或同除一個數，其結果(值)不變的概念。

說明： $5 \div 6 = 5/6$ $5/6 = 5 \times 3 / 6 \times 3 = 15/18$

也可以這樣說： $5 \div 6 = 15 \div 18 = 15/18$



比與比值

概念

題目：哥哥和弟弟的身高比是7：6，弟弟的身高是161公分，哥哥的身高是多少公分？

解題說明：

$$\begin{array}{l} \text{哥哥} \quad : \quad \text{弟弟} = \square : 161\text{公分} \\ \div 7 \left\{ \begin{array}{l} 7 \quad : \quad 6 \\ 1 \quad : \quad 6/7 \end{array} \right. \\ \times 161 \left\{ \begin{array}{l} 161\text{公分} : \quad 138\text{公分} \end{array} \right. \end{array}$$

小數 除法



小數除法

高年級

問題：有46.5公分長的繩子，每0.31公分剪成一段，最多可以剪成幾段？

解法： $46.5 \div 0.31 = 150$ 答：150段

習慣：孩子在中年級已經養成這樣的習慣，所以到了高年級還是這樣值觀上處理，也就是大除以小，就可以算出答案。

問題：一捆麻繩長12.7公尺，每30公分剪成一段，可以剪成幾段？還剩下多少公尺？

習慣解法： $30 \div 12.7 = 2 \dots 4.6$ 公尺 答：2段剩下4.6公尺

正確解法：30公分=0.3公尺

$12.7 \div 0.3 = 42 \dots 0.1$ 公尺 答：42段剩下0.1公尺

習慣：孩子們已經習慣就是大數除以小數，所以沒有仔細讀題目的意思，導致錯誤！

分數 除法



分數除法

高年級

問題： $2\frac{1}{4}$ 公斤重的銅管長 $\frac{4}{5}$ 公尺，請問1公尺是多少公斤？

$2\frac{1}{4}$ 公斤重的銅管長 $\frac{4}{5}$ 公尺，請問1公斤是多少公尺？

迷失概念：到了高年級，學生在面對上面題目時，因為無法判讀誰要除以誰，而導致錯誤率特高，以往的教法會跟學生說題目問的單位擺前面，但是為何要擺前面，這對中後段的學生來說，這個說法還是很抽象，對這群學生來說只能強記下來，但是他還是不懂為何？

建立概念並解題：先從整數除法出發，比方說：有18公分長的繩子，每6公分剪成一段，最多可以剪成幾段？我們是把6公分變成一段，所以要把6公分除以6，他就可以變成1段，相對的18公分也要除以6，這樣的倍數關係才不會改變。

6公分 $\xrightarrow{\div 6}$ 1段 同樣 18公分 $\xrightarrow{\div 6}$?段 算法： $18 \div 6 = 3$ 段

換句話說： $18 \div 6 = 3 \div 1 = 3$

分數除法

高年級

問題： $2\frac{1}{4}$ 公斤重的銅管長 $\frac{4}{5}$ 公尺，工程師小明想要知道 1 公尺的銅管有多重，這樣工作時才可以知道自己可以背多少公斤重的銅管去施工，所以請你幫小明算算 1 公尺到底有多重？

$$\begin{aligned} \frac{4}{5} \div 2\frac{1}{4} &= \frac{4}{5} \div \frac{9}{4} \\ &= \left(\frac{4}{5} \times \frac{4}{9} \right) \div 1 \\ &= \frac{16}{45} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{4}{5} \div 2\frac{1}{4} &= \frac{4}{5} \div \frac{9}{4} = \frac{4}{5} \times \frac{4}{9} \\ &= \left(\frac{4}{5} \times \frac{4}{9} \right) \div 1 \\ &= \frac{16}{45} \quad A = 2\frac{13}{16} \text{kg} \quad A = \frac{16}{45} \text{kg} \end{aligned}$$

分數除法

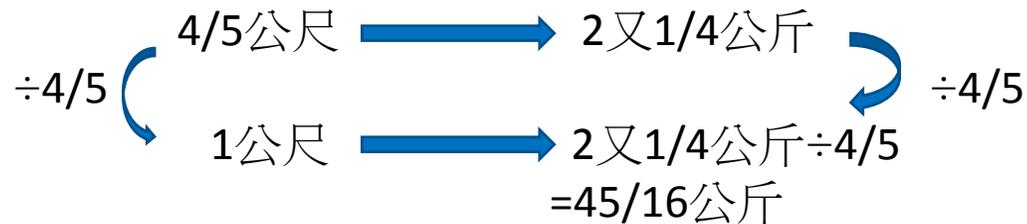
高年級

問題： $2\frac{1}{4}$ 公斤重的銅管長 $\frac{4}{5}$ 公尺，請問1公尺是多少公斤？

$2\frac{1}{4}$ 公斤重的銅管長 $\frac{4}{5}$ 公尺，請問1公斤是多少公尺？

建立概念並解題：不管題目的問題是問公尺或是問公斤，就按照題目的意思等比例放大或縮小，換成我要的單位量即可。比方說：題目問1公尺，就將 $\frac{4}{5}$ 公尺透過等比例換成1公尺即可。

解題說明：



分數除法

高年級

問題：平安國小六年級男學生人數有98人，占全校男生人數的 $\frac{7}{12}$ ，請問全校男生有多少人？

解題說明：透過等比例的方式，就可以將答案計算出來，學生也不會分不清楚到底要除還是乘，或是把誰除以誰。

$$\begin{array}{l} \text{全校男生} \times \frac{7}{12} = 98 \text{ 人} \\ \div \frac{7}{12} \\ \text{全校男生} \times 1 = 98 \div \frac{7}{12} \\ = 168 \text{ 人} \end{array}$$

∴ 只要透過放大或縮小倍數，就可以找出單位量。

分數除法

高年級

問題： $2\frac{1}{4}$ 公斤重的銅管長 $\frac{4}{5}$ 公尺，工程師小明想要知道 1 公尺的銅管有多重，這樣工作時才可以知道自己可以背多少公斤重的銅管去施工，所以請你幫小明算算 1 公尺到底有多重？

Handwritten student solution showing the calculation of the weight of 1 meter of pipe. The student starts with the given information: $2\frac{1}{4}$ kg for $\frac{4}{5}$ m. They set up the equation: $\frac{1}{5} \left(\begin{array}{l} \text{管} \times \frac{4}{5} = 2\frac{1}{4} \\ \text{管} \times 1 = 2\frac{1}{4} \div \frac{4}{5} \end{array} \right) \times 5$. They then calculate $2\frac{1}{4} \div \frac{4}{5} = \left(\frac{9}{4} \times \frac{5}{4}\right) \div 1 = \frac{45}{16} = 2\frac{13}{16}$. The final answer is $A: 2\frac{13}{16}$ kg. A large red checkmark is drawn over the work.

Handwritten student solution showing the calculation of the weight of 1 meter of pipe. The student starts with the given information: $\frac{4}{5}$ m = $2\frac{1}{4}$ kg. They set up the equation: $\frac{1}{5} \left(\begin{array}{l} \frac{4}{5} \text{ m} = 2\frac{1}{4} \text{ kg} \\ 1 \text{ m} = 2\frac{1}{4} \div \frac{4}{5} \end{array} \right) \times 5$. They then calculate $2\frac{1}{4} \div \frac{4}{5} = \left(\frac{9}{4} \times \frac{5}{4}\right) \div 1 = \frac{9}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{45}{16}$.

基準量 問題



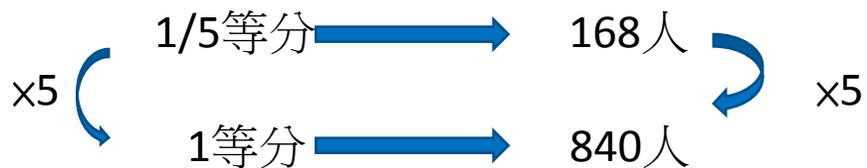
基準量問題

高年級

問題：希望國小男生占全校的 $\frac{3}{5}$ ，男女相差168人，求全校多少人？

解題說明： 全校=1等分(基準量) 男生= $\frac{3}{5}$ 等分 女生= $1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$ 等分

男生和女生相差的等分= $\frac{1}{5}$ 等分





謝謝指教

四邊形出頭天

遊戲規則簡述：

1. 先從四邊形不行迷你版挑出（指定顏色的四邊形）



PS：大小不拘顏色形狀符合即可。

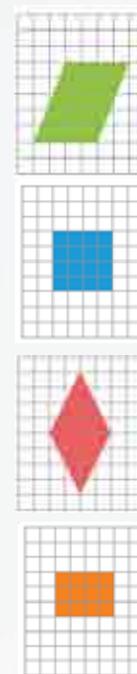
2. 將四邊形出頭天牌卡中**行動指令**和**任務目標**分開洗牌。
3. 平均發完**行動指令**牌卡。玩家每人抽一張**任務目標**卡。
4. 將四邊形迷你版蓋牌後洗牌，排成一直排後，掀開牌卡但不改變原來順序喔！
5. 輪流出**行動指令**移動或移除一個四邊形，設法讓最上面三個四邊形符合你的**任務目標**。
(對邊等長是指兩雙**不同對邊**。對角相等是指兩組**不同對角**。藉此不讓正方形無敵)
6. 當出現三個狀況遊戲結束
 - (1) 所有玩家**行動指令**都出完
 - (2) 玩家手上**行動指令**都無法使用
 - (3) 只剩下三個四邊形

遊戲融入

計分方式

1. 遊戲結束時，依據最上面三個四邊形核對自己的任務目標
結算積分。
2. 積分分配：
第1名目標命中 6分
第1~2名目標命中3分
第1~3名目標命中1分

遊戲結束
四邊形
排列狀況



舉例

峰老積分



第3名!
沒得分

第2名!
得3分

第1名!
得1分

源老積分



第1名!
得6分

沒前二
沒得分

第2名!
得1分

行動指令

四邊形出頭天



對角相等

向上移動
二個位置

行動指令

對角相等
是指兩組
不同對角

四邊形出頭天



對邊等長

向上移動
三個位置

行動指令

對邊等長
是指兩雙
不同對邊

四邊形出頭天



邊長

任兩個
相同四邊形
性質

交換位置

行動指令

以邊長長度
性質為主

四邊形出頭天



對角線

任兩個
相同四邊形
性質

交換位置

行動指令

兩條對角線
等長
互相垂直
互相平分
三擇一

遊戲融入

行動指令

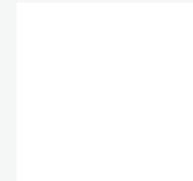
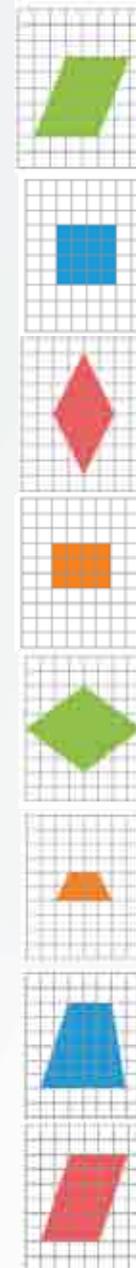
行動指令出牌後，依據牌卡指定四邊形進行移動或移除。

舉例



- 1、移動的四邊形必須符合性質
- 2、必須可以向上兩個位置才能使用

四邊形 排列狀況



遊戲融入

行動指令

行動指令出牌後，依據牌卡指定四邊形進行移動或移除。

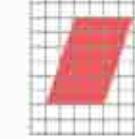
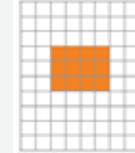
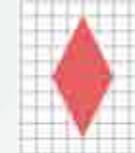
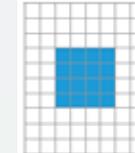
舉例



1、移動的四邊形必須都符合該性質（需說明）

EX：兩個對角線都互相平分

四邊形 排列狀況



遊戲融入

行動指令

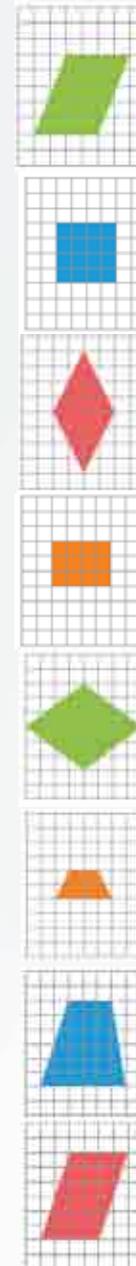
行動指令出牌後，依據牌卡指定四邊形進行移動或移除。

舉例



- 1、移除的四邊形必須都符合該性質
- 2、移除後剩下四邊形向上遞補

四邊形 排列狀況



活動知識點

- 1、不斷練習判斷四邊形性質。
- 2、四邊形性質之間的包含關係探究。

探究分析

如何使用四邊形性質的移動指令牌卡呢？

牌卡設計核心概念



樂趣: 搭配機制簡單易上手

策略: 可以透過出牌方式產生策略

設計發想：

1. 牌卡需要額外印製牌卡，所以以彈性選修或者社團樂趣操作搭配較佳。
2. 機制不宜複雜、以數感或者性質反映配對為主。



長方形數續篇(因數大老二遊戲)

教材地位與概念分析

1

五年級(上)前置經驗

- 5-n-04 能理解因數與倍數
- 5-n-05 能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。
- 能理解整除的意義。

2

六年級(上)奠基概念

- 6-n-01能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。
- 6-n-03 能認互將分數約成最簡分數。
- 透過探究法發現質數與因數性質及其個數的特徵模式

3

七年級(上)延伸概念

- 7-n-02能理解因數、質因數、倍數、公因數、公倍數及互質的 概念，並熟練質因數分解的計算方法。

核心概念與活動目標--

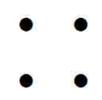
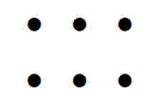
在推理的過程，培養數學素養

- 核心概念：透過探究的方法發現數字模式，進而發展質數、因數、倍數和質因數的概念
- 活動目標：
 - (一)藉由探索長方形數面積表徵和乘法表，發現一個找給定數的所有因數和某些倍數的方法。
 - (二)觀察發現質數與因數個數特徵的模式。

長方形數探索活動：

一、玩完長方形數遊戲，我們進一步來看看，每個數目的棋子能排成長方形的方式有多少種？請完成底下空格的填答。

- 根據上表填答，就你所發現的特徵，請給最後一欄的數字一個名稱？
- 就一個給定數而言，這一欄數字的形成有什麼共同特徵？

數	點圖	算式(長×寬)	可以除盡它的數
4		2×2	1, 2, 4
6		2×3	1, 2, 3, 6
9			
12		2×6	1, 2, 3, 4, 6, 12
		3×4	
14			
15			
16			
20			

長方形數探索活動：動腦思考

- 根據上表填答，就你所發現的特徵，請給最後一欄的數字一個名稱？
- 就一個給定數而言，這一欄數字的形成有什麼共同特徵？

乘法表探索活動：動腦思考

- 你可以從這個表中發現一些模式（ patterns ）嗎？
- 利用這個表你怎麼找到某一個數的因數？
- 利用這個表你怎麼找到某一個數的倍數？
- 1有多少個因數？（ 在「長方形數桌遊」中得0分的數之一）
- 2,3,5,7,11,13, . . . 有多少個因數？（ 在「長方形數桌遊」中得0分的數之一）
- 你能說出質數的因數個數的特徵嗎？
- 你能說出合數的因數個數的特徵嗎？