

教育部106年度中小學科學教育計畫專案
成果報告

計畫名稱：以教科書進行數學素養導向的
課程轉化研究與推廣(一):數與計算

計畫編號：49

主持人：陳靜姿

執行單位：臺中市西屯區永安國小

以教科書進行數學素養導向的課程轉化研究與推廣

(一):數與計算

壹、計畫目的及內容：

九年一貫課程改革中，教師雖然被賦予課程設計的權利，但卻出現兩種極端的現象：其一，多數教師在面臨家長的質疑與追問後，因為對課程設計沒有深入了解，無法自圓其說，因而大多數教師趨向保守的應對方式，也就是所謂的「照書教」；其二，為了活化教學、創意教學、製造教學亮點，部分教師將天馬行空的點子融入在教學活動之中，雖然達到活化、創意和亮點，但卻不是一個有效的教學。基於上述的現象，協助教師了解教科書的設計脈絡，並在了解設計脈絡的基礎上進行課程的轉化，是教師專業發展過程中重要的一環。

十二年國教以「核心素養」做為課程發展之主軸，教育部在《十二年國民基本教育課程發展建議書》提出素養的培養必須適當地整合「情境學習」、「專題導向」及「生活實踐」教學到相關教材。在數學領域素養的培養，李國偉等人參考了國內外文獻，如PISA的數學素養，提出數學素養的定義與內涵，數學素養的內涵包含：個人的數學能力與態度，使其在學習、生活、與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時，能辨識問題與數學的關聯，從而根據數學知識、運用數學技能、並藉由適當工具與資訊，去描述、模擬、解釋與預測各種現象，發揮數學思維方式的特長，做出理性反思與判斷，並在解決問題的歷程中，能有效地與他人溝通觀點。然而，教師是課程改革的靈魂人物，如何協助教師了解教科書設計的脈絡，並在此基礎上進行數學素養導向的課程轉化以及推廣是當務之急。

本計畫預計先針對國小數學中比重最多的「數與計算」單元發展示例，本計劃之目的有二，其一是以教科書進行數學素養導向的課程轉化，其二是推廣課程轉化的歷程與教學示例。本計畫之具體成效及效益包括：1. 從現職教師的觀點中發展數學素養導向的課程轉化教學示例，以供老師在教學中使用；2. 從教學示例中，嘗試發展教學示例設計模組，以協助老師嘗試設計素養導向的教學；3. 從推廣中，提升老師的課程專業能力、教學專業能力，進一步喜歡數學教學。

貳、研究方法及步驟：

本研究方法及步驟主要分為三部份：其一是準備階段，以教科書進行數學素養導向的課程轉化；其二是教學是力階段，蒐集資料研發具有素養導向之課程設計；其三是推廣課程轉化的歷程與教學示例，茲分別說明如下：

- (一) 準備階段：研究者先從選定的教科書版本中，挑選數與計算的單元進行文本分析，從中找出課程設計的脈絡。
- (二) 教學示例階段：研究者透過文獻的蒐集、探討和課程設計脈絡的比對分析，徹底了解教科書設計的邏輯，再進行數學素養導向的課程轉化。

(三) 推廣課程轉化階段：推廣的管道分為網路社群和實體共備。網路社群的部分以臉書社群「System 國小數學備課研究室」為主，目前社群人數已破5000位，實體共備的部分擇期在假日辦理，每個月進行一次。

參、目前研究成果：

本研究依據起承轉合的教學模組設計的教材示例與課程設計模組，經過實際教學試驗後，本報告以「一億以內的數」、「小數乘以小數」以及「公因數」等單元，作為教學回饋與省思。

【一億以內的數教學示例】

【起】

一剛開始老師在黑板上寫下87654321後，Q1：該怎麼讀？

然後老師接著寫下，讀做八七六五四三二

一；Q2：這樣好嗎？哪裡有問題？

全班討論之後，從有人說八千萬七百萬六十萬....到最後大部分可以接受”八千七百六十五萬四千三百二十一”是好的讀法。

【承】

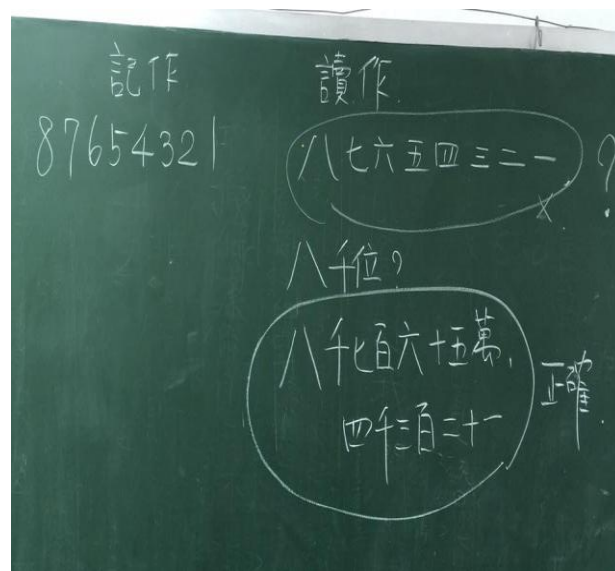
請孩子們閉上眼睛，聽老師唸，在心中想著老師唸的那個數字（一串阿拉伯數字），然後記錄在八格簿上。

第1題. 九八七六五四三二一

第2題. 九十八 七十六 五十四 三十二 一

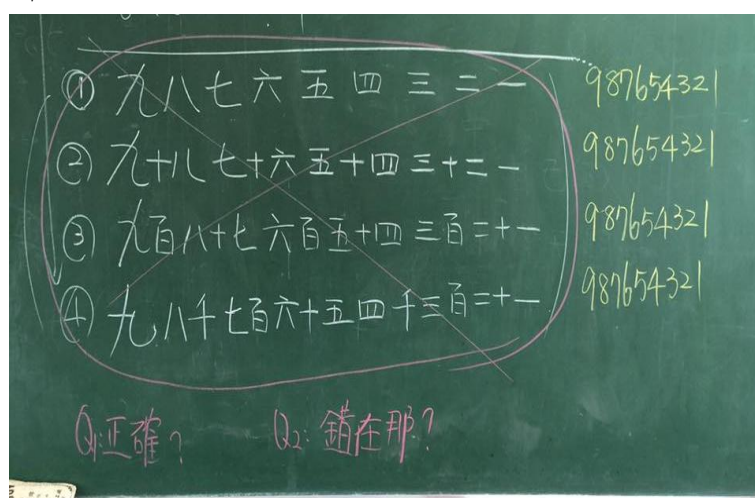
第3題. 九百八十七 六百五十四 三百二十一

第4題. 九 八千七百六十五 四千三百二十一



接著，請孩子一起唸答案，對答案結果，每一題答案當然都是

987654321



【轉 1】

Q：老師的讀法是不是有點怪怪的？這些正確嗎？如果不正確，錯在哪裡？

A：

1. 孩子先補「億」跟「萬」。

請全班一起讀，變成讀作：九億八七六五萬四三二一

2. 孩子再補上「千」、「百」、「十」。請全班一起讀，變成讀作：九億八千七百六十五萬四三二一

【轉 2】

Q1：『個、十、百、千、萬……』怎麼萬以後，又有十，又有百……？正確應該如何？

請孩子們分小組討論。

A1：大家討論後，接著補上了千萬、百萬、十萬……千、百、十，請全班一起讀，又變成：九億八千萬七百萬六十萬五萬四千三百二十一。

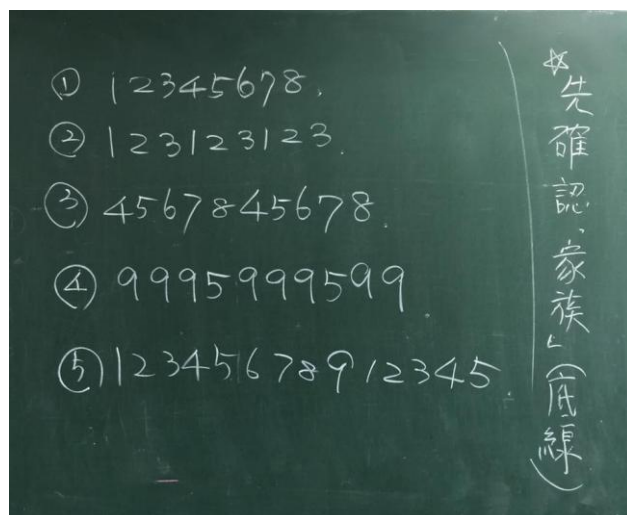
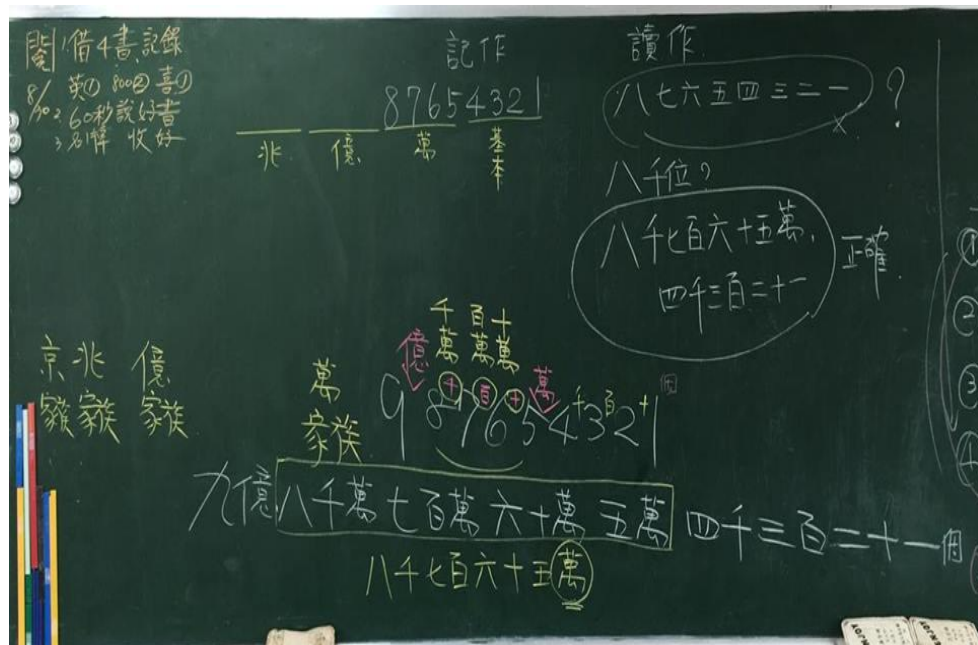
Q2：跟正確的「九億『八千七百六十五萬』四千三百二十一」比較，到底差在哪裡？

A2：「萬家族」的，可以一次說就好。

【合】

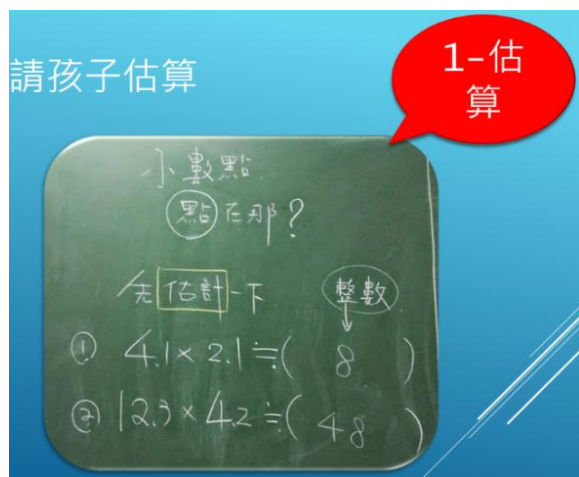
Q1：除了萬家族，還有哪些家族？(億家族、兆家族、京家族……)

Q2：要怎麼區分萬家族呢？(加底線)



【小數乘以小數教學示例】

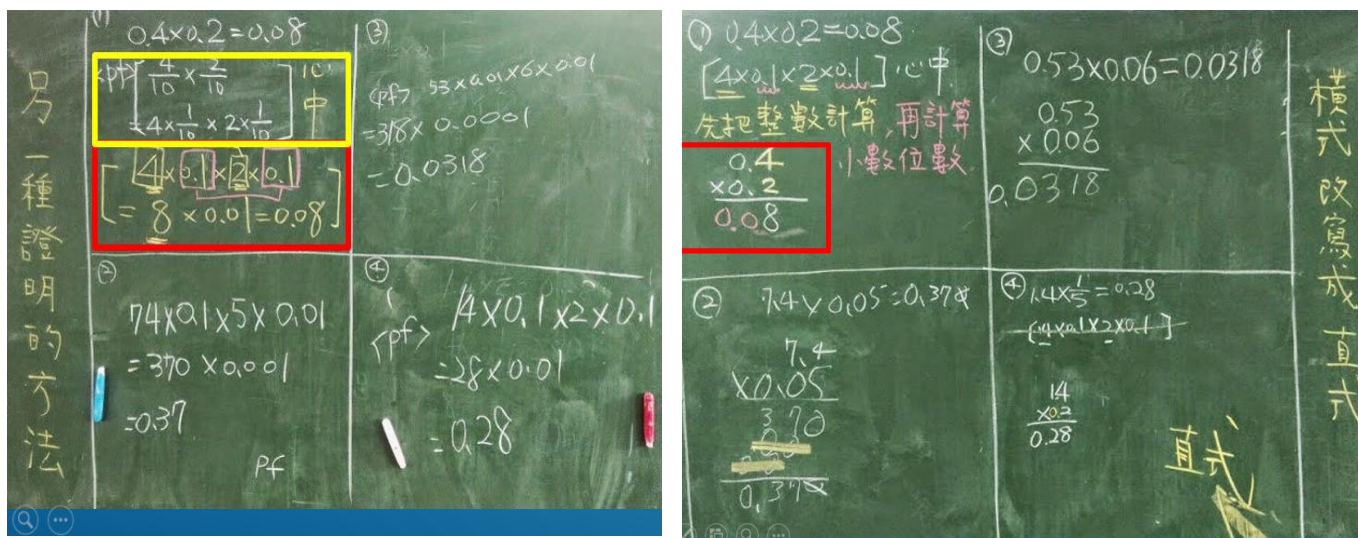
「小數乘以小數」單元，這算是一個「算術規則」的單元，老師只要把算則說清楚，學生聽話照做，這麼一來，孩子在考試的表現上大概就沒什麼大問題。但是，課堂上的「數學思考」呢？基此，研究者讓孩子先去「估計」、去猜測，然後繼續在黑板上寫上，先「估計」一下，「 $4.1 \times 2.1 \div$ 」、「 $12.3 \times 4.2 \div$ 」，孩子們在五上已經進行過估算的訓練，所以我可以帶著他們很快的回答出答案8和48。



接下來在黑板上把問題中「整數乘以整數」的部分計算完成之後，第一個問題：小數點，點在哪裡？第二個問題：為什麼？等待各組有了初步的共識，就開始分享、評論、支持與鼓勵，最後老師視情況再追加一個「負向回饋」的問題，「為何86.1不對？為何5.166不對？」，然後進入另一波的討論與搶答。

第二堂課以第一堂課的估算求解為基礎，從「估計、猜測練習的成品中」，進一步採用「列表」的方式，讓孩子從表格中「歸納規則」。第三堂課刻意的使用「 $0.4 \times 0.1 = ?$ 」製造麻煩，然後轉而進入「分數證明」與「證明的推演」。第四堂課，巧妙的把分數證明「改寫」成「小數證明」，然後再改寫成「直式算則」。第五堂課，引入面積模式進行解說，利用「一個長方形，長18mm 寬12mm，請問他的面積是多少 cm^2 ？」引發兩種「不同解法的比較」。

題目	估計	整數相乘	小數點	被乘數的小數點	乘數	答案的小數點	檢查
4.2×2.1	8	882	8.82	1	1	2	✓
① 12.4×5.3	60 ✓	6572 ✓	65.72 ✓	1	1	2	✓
③ 6.1×3.25	18 ✓	19825 ✓	19.825 ✓	1	2	3	✓
② 3.21×5.3	15 ✓	17013 ✓	17.013 ✓	2	1	3	✓
⑧ 4.11×8.99	32-36 ✓	369489 ✓	36.9489 ✓	2	2	4	✓
④ 12.51×8.23	216 ✓	2280573 ✓	228.0573 ✓	2	2	4	✓



【公因數的教學示例】

(一)「公因數與因數」

- 1、【引子】是引領孩子進入情境，【貧窮小子】開始進行「定性活動」，並提供孩子嘗試錯誤的機會，【活動：記錄過程】藉由一系列的記錄，可以從中觀賞規則，【搶答的部分】，Q1暖身要求孩子說說情境，看能不能抓到重點；Q2單一磁磚的檢視；Q3-Q5是對「磁磚樣本」的考量；Q6是一個總結。

五上數學 翻轉講義 公因數與因數 講義設計：清水國小陳維民教師

引子

有一個年輕人買了一間小小的公寓，其中一片牆面的小小部分想要鋪磁磚，做點造型。這時候，這年輕人就打電話請賣磁磚的老闆送「樣本」過來。但這年輕人有一個特別的藝術欣賞嗜好，他希望老闆送過來的磁磚是「正方形」的，我們來看看接下來發生什麼事。

【貧窮小子】

師：這年輕人要做造型的牆面其實很小，就只有 $6\text{cm} \times 8\text{cm}$ ，所以老闆心想，既然這年輕人喜歡正方形的磁磚，所以就只帶了一個樣本 $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ 給年輕人看；這年輕人看了看，覺得不是很滿意，希望老闆再換換磁磚。

孩子們，你們猜看看，這老闆下次帶過來的磁磚是多大的磁磚？

生： $2\text{cm} \times 2\text{cm}$ 就可以啊！

師：還有嗎？

生： $3\text{cm} \times 3\text{cm}$ 也可以啊！

師：我們來畫看看可不可以？ 那還有嗎？

【搶答問題】

Q1：簡單的說明這個買磁磚的故事。

Q2：2cm×2cm 可以嗎？3cm×3cm 可以嗎？...

Q3：老闆會不會拿 2cm×3cm 的磁磚過來呢？原因是？

Q4：4cm×4cm 檢驗完之後，還要檢查哪一些磁磚？

Q5：7cm×7cm 需要檢查嗎？為什麼？

Q6：綜合上述的檢查，貧窮小子要做造型的牆面有 6cm×8cm，那符合規定的正方形瓷磚大小有哪幾種規格？

- 2、【小康家庭】把數字加大了，此時孩子如果還是依賴嘗試錯誤，將面臨嘗試次數過多的困擾；【活動：記錄過程】期望協助孩子找到一些新方法；【搶答的部分】，Q1是上頁講義的複習；Q2進一步詢問磁磚的塊數，期望孩子能進一步考量「因數」的策略，透過「除除再乘」的計算來求磁磚個數，其實已經充分展現因數的概念；Q3則是 Q2的延續。

【小康家庭】

師：這年輕人希望在另一個牆面也鋪設磁磚，這次要做造型的牆面大了一點 12cm×18cm，也是需要正方形磁磚，你們覺得老闆會帶多大的磁磚過來呢？1cm×1cm 是可以的、2cm×2cm 也是可以的，還有嗎？

【搶答問題】

Q1：這次要做造型的牆面有 12cm×18cm，那符合規定的正方形瓷磚大小有哪幾種規格？

Q2：各種不同規格的磁磚各需要幾塊磁磚呢？

如：1×1 → 216 塊、2×2 → □ 塊、...請把它列出來。

Q3：除了依次 1cm×1cm、2cm×2cm、3cm×3cm...檢查之外，有沒有其他比較快的方法呢？說看看。

- 3、【引子】是上頁講義的複習，從上頁講義中的 Q2和 Q3所引導出來的解題活動，做一個練習與比較，【中富翁的家庭】和【活動：畫一個表格記錄一下】則一再一再要求孩子算出磁磚的個數，最主要是逼迫孩子使用「解二」的方式去找因數。【大富翁的家庭】則是練

習，【搶答的部分】，Q1是「解一」和「解二」的比較，從中凸顯出「解二」的功能；Q2則是檢視孩子能不能採用「解二」的方法「先求有幾排」、「再求每排有幾塊」的方式求出磁磚總塊數；Q3則是 Q2的練習，並引出最大公因數。

【引子】

回想一下，面對 $12\text{cm} \times 18\text{cm}$ 的牆面時，各種不同規格的磁磚各需要幾塊磁磚時，最常用的兩種算法，如下：

例如：算 $2 \times 2 \rightarrow$ 口塊時

解一		解二	
先算總面積	$12 \times 18 = 216$	先算小正方形有幾排	$12 \div 2 = 6$
再算小正方形面積	$2 \times 2 = 4$	再算一排有幾個	$18 \div 2 = 9$
最後算幾塊	$216 \div 4 = 54$	最後乘起來就是全部正方形	$6 \times 9 = 54$
	A：54 塊		A：54 塊

【中富翁的家庭】

師：這個年輕人變得稍有錢了，這次要做造型的牆面更大一點，是 $60\text{cm} \times 24\text{cm}$ ，也是需要正方形磁磚，一樣要剛好鋪滿，你們覺得老闆會帶多大的磁磚過來呢？各種不同的符合規定的磁磚各需要的瓷磚個數是多少呢？

【活動：畫一個表格記錄一下】

正方形大小	個數
$1\text{cm} \times 1\text{cm}$	
$2\text{cm} \times 2\text{cm}$	
$3\text{cm} \times 3\text{cm}$	

正方形大小	個數

【大富翁的家庭】

師：這個年輕人變得更有錢了，這次這面牆更大了，是 $250\text{cm} \times 600\text{cm}$ ，也是需要正方形磁磚，一樣要剛好鋪滿，你們覺得老闆會帶多大的磁磚中符合規定的磁磚中，最大的那個磁磚規格是多少？需要幾個？

4、【引子】開始企圖做一個總結，設計一波一波的思維改變

【搶答的部分】讓孩子取找每一波所突破的重點

【聰明的老闆】採用因數的方式，又進行一波一波的思維改變，同時也在【搶答的部分】讓孩子取找每一波所突破的重點

【聰明的老闆】

後來老闆來聽老師上課，變的聰明了些，他這次這麼做

第一波	第二波	第三波
先看看 6cm， 然後把可能的磁磚列出 來 1.6.2.3	再看看 8cm，然後把可能的磁磚 列出來 1.8.2.4	Bingo! 1.2

【搶答問題】

Q1：第一波，老闆為什麼會列出 1.6.2.3？

Q2：第一波，老闆為什麼不寫 1.2.3.6，而要寫 1.6.2.3，有什麼特別因素嗎？

Q3：第二波，如果是 10cm，那麼老闆會怎麼列？

Q4：第三波，老闆很快找出答案，是怎麼找的？說明一下。

【教學回饋與省思】

課堂中研究者讓孩子不斷地試煉各種的「數學方法」，例如估計、猜測、列表、歸納、證明、推演、改寫、不同解法的比較、概念圖等，讓孩子能從做中學進行深入的對話，並扣緊核心課程。在這樣的活動設計中，孩子在課堂上是很忙的，忙著學習釣魚的技巧，忙著檢視自己釣了那些魚，孩子們樂了，眼神亮了，班級學習的氣氛就自然產生。

一堂創新的教學如果要成功，除了需要信念與想法之外，活動的實施、相關的配套措施也非常重要，以下幾點教學省思：

一、加強孩子的注意力

研究者把一堂課的教學活動分成四個不同的教學風貌，透過教學風貌的改變，加強孩子的注意力。一開始先會佈一個「探究式的問題」引發孩子的興趣，接著將孩子帶往「數學化的活動」，可能是操作、猜測、計算、繪圖、做記號……，而這些數學化活動的成品又成為本堂課「核心問題」討論的素材，可能是歸納、證明、分類……，最後，當活動已有共識，就進行練習，當活動未達共識，老師就再丟幾個思考的問題，期待明天的活動。

二、促使孩子的參與

一堂課中每個階段有不同的實施細節，一進入課程，可以選擇謎猜、生活議題、校內活動、杜編故事來誘發的孩子注意，但時間盡可能的短；轉入數學化活動時，老師開始遊走，協助孩子；回到核心問題時，老師可以運用一點團體動力學，略施小組競合的技巧；來到課程的尾聲，老師要檢視孩子一堂課的學習情形。

三、協助不同的孩子

每一個孩子都是獨一無二的，他們的特質與學習風格各異，有些孩子是「捷思型」的，有些則是「內方外圓」、「苦幹型或循序型」、「反思型」或「依賴型」；清楚孩子，給予不同的適性的協助。

四、發展診斷的系統

在活動的設計中藉由每一堂課中的「數學化活動」和「核心問題」可以搭建一座「隱形的階梯」，而這隱形的階梯也就成為診斷孩子學習的系統。

雖然研發數學課程過程中，經歷不少的設計瓶頸，而且面對不同的單元時，通常需要重新思考「設局」及「佈局」的切入點，以及對應的數學化活動。然而，身為一位國小數學科的創作者（Maker），仍要勇往直前，做就對了！

肆、目前完成進度

- （一）教材示例：本研究依據起承轉合的教學模組設計三個不同年級的教材示例與課程設計模組，包括「一億以內的數」、「小數乘以小數」以及「公因數」等單元，並嘗試發展教學示例設計模組。
- （二）教學示例的回饋與修改：邀請專家教師共同備課、觀課及議課，提供課程實施之寶貴意見。透過不斷省思與修改，期待對於數學創課研發能夠繼續持續，讓學生不僅能夠享受學習樂趣，更能培養學生的數學素養。

伍、預定完成進度

- （一）經營網路社群：透過網路社群分享本研究之歷程與示例。
- （二）實體共備推廣：透過實體共備，推廣以教科書進行數學素養導向的課程轉化歷程與示例。

陸、討論與建議(含遭遇之困難與解決方法)

一、時間不夠用

本研究以數學創課作為研究主軸，並在課堂中進行教學實踐及修改。課程進行以研究者設計的教學活動為主，數本與習作為輔，在數學課中由於操作和討論時間較多，時間運用真的很有限。為了解決這個問題，研究者要求孩子每天閱讀兩頁課本和搭配的習作，這樣的措施不僅可以讓孩子先預習，找出自己的盲點，還可以上課堂中的教學活動與課本進行連結。

二、學校文化的改變

在某些教學氛圍中，當你開始進行教學改變時，就開始接受到來自學校、家長、同事或同學年教師的壓力，包括成績表現壓力、家長意見壓力、同仁老師被比較的壓力，所以「低調」與「溝通」就變成這波教學改變的生存之道。唯有持續地努力數學創課，讓大家接受這種教學改變，接受度提高後壓力自然減輕。

柒、參考資料(略)