

教育部106年度中小學科學教育計畫專案

期中報告大綱

計畫編號：49

計畫名稱：以教科書進行數學素養導向的
課程轉化研究與推廣(一):數與計算

主 持 人：陳靜姿

執行單位：臺中市西屯區永安國小

壹、計畫目的及內容：

九年一貫課程改革中，教師雖然被賦予課程設計的權利，但卻出現兩種極端的現象：其一，多數教師在面臨家長的質疑與追問後，因為對課程設計沒有深入了解，無法自圓其說，因而大多數教師趨向保守的應對方式，也就是所謂的「照書教」；其二，為了活化教學、創意教學、製造教學亮點，部分教師將天馬行空的點子融入在教學活動之中，雖然達到活化、創意和亮點，但卻不是一個有效的教學。基於上述的現象，協助教師了解教科書的設計脈絡，並在了解設計脈絡的基礎上進行課程的轉化，是教師專業發展過程中重要的一環。

十二年國教以「核心素養」做為課程發展之主軸，教育部在《十二年國民基本教育課程發展建議書》提出素養的培養必須適當地整合「情境學習」、「專題導向」及「生活實踐」教學到相關教材。在數學領域素養的培養，李國偉等人參考了國內外文獻，如PISA 的數學素養，提出數學素養的定義與內涵，數學素養的內涵包含：個人的數學能力與態度，使其在學習、生活、與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時，能辨識問題與數學的關聯，從而根據數學知識、運用數學技能、並藉由適當工具與資訊，去描述、模擬、解釋與預測各種現象，發揮數學思維方式的特長，做出理性反思與判斷，並在解決問題的歷程中，能有效地與他人溝通觀點。然而，教師是課程改革的靈魂人物，如何協助教師了解教科書設計的脈絡，並在此基礎上進行數學素養導向的課程轉化以及推廣是當務之急。

本計畫預計先針對國小數學中比重最多的「數與計算」單元發展示例，本計劃之目的有二，其一是以教科書進行數學素養導向的課程轉化，其二是推廣課程轉化的歷程與教學示例。本計畫之具體成效及效益包括：1. 從現職教師的觀點中發展數學素養導向的課程轉化教學示例，以供老師在教學中使用；2. 從教學示例中，嘗試發展教學示例設計模組，以協助老師嘗試設計素養導向的教學；3. 從推廣中，提升老師的課程專業能力、教學專業能力，進一步喜歡數學教學。

貳、研究方法及步驟：

本研究方法及步驟主要分為三部份，茲分別說明如下：

- (一) 準備階段：研究者先從選定的教科書版本中，挑選數與計算的單元進行文本分析，從中找出課程設計的脈絡。
- (二) 教學示例階段：研究者透過文獻的蒐集、探討和課程設計脈絡的比對分析，徹底了解教科書設計的邏輯，再進行數學素養導向的課程轉化。為能從理論與實務兩方面給予教學模組意見，延聘課程設計專長教師，給予回饋與修改意見。
- (三) 推廣課程轉化階段：推廣課程分成三個面向，其一是分享教科書設計的脈絡，其二是分享課程轉化的歷程，其三是分享教學的示例。從三個面向的分享，協助教師了解教科書設計的脈絡，並在此基礎上嘗試進行數學素養導向的課程轉化。

參、目前研究成果：

一、課程設計緣起

公因倍數是課程學習重點，因數或倍數的學習是求公因倍數的工具，而學生往往無法區分因倍數的問題情境，基此，課程設計可以【先解決「問題情境的困擾」，在此姑且把它稱之為「定性活動」】，也就是說，一剛開就從「公因數」的問題情境進來，讓孩子能清楚公因數的問題情境，而且在這個情境中不斷地練習和演化，此時，孩子能更加熟悉情境中的條件；然後【再解決速度的問題，在此姑且把它稱之為「定量活動」】，也就是說，當問題情境中的數字越來越大，計算上成為一負荷時，所以孩子們必須去了解因數或倍數的速求法，因而在解題的技巧和速度上必須有所演化。

二、創意課程設計的構想

部編版單元設計的邏輯是「定義或名詞解釋」→「例題示範」→「練習」→「情境文字題」，這樣的學科組織邏輯，符合國小孩子的學習進展嗎？教學的核心在解決孩子的學習困擾，我們必須從過去的教學經驗中，檢視大多數的孩子在學習本單元時，所面臨的困擾是什麼？研究者發現孩子在本單元最大的成就是計算上沒有太大的問題，但最大的困擾是當「公因數公倍數的情境文字題出現時，無法辨識」。在教學上，老師採取的協助或解決策略，一開剛始可能是不斷地練習，接下來或許得逐題的問題情境解釋；如果還是沒有辦法，急就章的方式就是歸納關鍵字，比較紮實的作法就是進行解題訓練，以下說明創意課程設計的構想：

1. 為了要讓孩子清楚「公因數的問題情境」，課程設計讓孩子花大部分的時間「沉浸」在問題情境之中，例如一剛開始就從「公因數的問題」進入本單元，當磁磚設計的範圍逐漸變大時，為了要快速計算，所以才有迅速求出因數的需求，轉而進入因數的計算。

2. 為了讓程度比較不是那麼好的孩子也能進行，所以從「嘗試錯誤」開始，在比較小的設計範圍，譬如 2×3 或 2×4 或 3×6 的範圍嘗試錯誤；數字小的另一個好處是問題情境中的關係會被突顯，這類的活動我把他稱之為「定性」活動。
3. 一個好的活動或任務的設計是必須具備潛在可能性的，隨著老師試著把設計範圍擴大，能力比較好的孩子，會開始進入自主探索，會把範圍一再加大，最後歸納出本單元的解題原理。而把數字變大之後，出現大量或快速計算上的需求，這類的活動我把他稱之為「定量」活動。
4. 隨著設計範圍擴大，孩子的解題技巧不斷地演化，而這演化的歷程就成為老師的診斷系統，從孩子所能進行的解題策略就能清楚孩子所處的階段。
5. 當孩子的經驗中不僅是數學的結果，還包括研究數學的過程，當初自以為會了的孩子，更能靜下心來思考下一步的可能性，此時，他不只是會，而是真正的了解還能發展出很棒的自學能力。

三、公因數創意教學設計

本次單元，採用「解題技巧進化 (the evolution of problem solving)」的精神設計，茲分述如下：

(一)「公因數與因數」

- 1、【引子】是引領孩子進入情境，【貧窮小子】開始進行「定性活動」，並提供孩子嘗試錯誤的機會，【活動：記錄過程】藉由一系列的記錄，可以從中觀賞規則，【搶答的部分】，Q1 暖身要求孩子說說情境，看能不能抓到重點；Q2 單一磁磚的檢視；Q3-Q5 是對「磁磚樣本」的考量；Q6 是一個總結。

五上數學 翻轉講義 公因數與因數 講義設計：清水國小陳維民教師

引子

有一個年輕人買了一間小小的公寓，其中一片牆面的小小部分想要鋪磁磚，做點造型。這時候，這年輕人就打電話請賣磁磚的老闆送「樣本」過來。但這年輕人有一個特別的藝術欣賞嗜好，他希望老闆送過來的磁磚是「正方形」的，我們來看看接下來發生什麼事。

【貧窮小子】

師：這年輕人要做造型的牆面其實很小，就只有 $6\text{cm} \times 8\text{cm}$ ，所以老闆心想，既然這年輕人喜歡正方形的磁磚，所以就只帶了一個樣本 $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ 給年輕人看；這年輕人看了看，覺得不是很滿意，希望老闆再換換磁磚。孩子們，你們猜看看，這老闆下次帶過來的磁磚是多大的磁磚？

生： $2\text{cm} \times 2\text{cm}$ 就可以啊！

師：還有嗎？

生： $3\text{cm} \times 3\text{cm}$ 也可以啊！

師：我們來畫看看可不可以？那還有嗎？

【搶答問題】

Q1：簡單的說明這個買磁磚的故事。

Q2：2cm×2cm 可以嗎？3cm×3cm 可以嗎？...

Q3：老闆會不會拿 2cm×3cm 的磁磚過來呢？原因是？

Q4：4cm×4cm 檢驗完之後，還要檢查哪一些磁磚？

Q5：7cm×7cm 需要檢查嗎？為什麼？

Q6：綜合上述的檢查，貧窮小子要做造型的牆面有 6cm×8cm，那符合規定的正方形瓷磚大小有哪幾種規格？

- 2、【小康家庭】把數字加大了，此時孩子如果還是依賴嘗試錯誤，將面臨嘗試次數過多的困擾；【活動：記錄過程】期望協助孩子找到一些新方法；【搶答的部分】，Q1 是上頁講義的複習；Q2 進一步詢問磁磚的塊數，期望孩子能進一步考量「因數」的策略，透過「除除再乘」的計算來求磁磚個數，其實已經充分展現因數的概念；Q3 則是 Q2 的延續。

【小康家庭】

師：這年輕人希望在另一個牆面也鋪設磁磚，這次要做造型的牆面大了一點 12cm×18cm，也是需要正方形磁磚，你們覺得老闆會帶多大的磁磚過來呢？1cm×1cm 是可以的、2cm×2cm 也是可以的，還有嗎？

【搶答問題】

Q1：這次要做造型的牆面有 12cm×18cm，那符合規定的正方形瓷磚大小有哪幾種規格？

Q2：各種不同規格的磁磚各需要幾塊磁磚呢？

如：1×1 → 216 塊、2×2 → □塊、...請把它列出來。

Q3：除了依次 1cm×1cm、2cm×2cm、3cm×3cm...檢查之外，有沒有其他比較快的方法呢？說看看。

3、【引子】是上頁講義的複習，從上頁講義中的 Q2 和 Q3 所引導出來的解題活動，做一個練習與比較，【中富翁的家庭】和【活動：畫一個表格記錄一下】則一再一再要求孩子算出磁磚的個數，最主要是逼迫孩子使用「解二」的方式去找因數。【大富翁的家庭】則是練習，【搶答的部分】，Q1 是「解一」和「解二」的比較，從中凸顯出「解二」的功能；Q2 則是檢視孩子能不能採用「解二」的方法「先求有幾排」、「再求每排有幾塊」的方式求出磁磚總塊數；Q3 則是 Q2 的練習，並引出最大公因數。

【引子】

回想一下，面對 $12\text{cm} \times 18\text{cm}$ 的牆面時，各種不同規格的磁磚各需要幾塊磁磚時，最常用的兩種算法，如下：

例如：算 $2 \times 2 \rightarrow \square$ 塊時

解一		解二	
先算總面積	$12 \times 18 = 216$	先算小正方形有幾排	$12 \div 2 = 6$
再算小正方形面積	$2 \times 2 = 4$	再算一排有幾個	$18 \div 2 = 9$
最後算幾塊	$216 \div 4 = 54$	最後乘起來就是全部正方形	$6 \times 9 = 54$
	A：54 塊		A：54 塊

【中富翁的家庭】

師：這個年輕人變得稍有錢了，這次要做造型的牆面更大一點，是 $60\text{cm} \times 24\text{cm}$ ，也是需要正方形磁磚，一樣要剛好鋪滿，你們覺得老闆會帶多大的磁磚過來呢？各種不同的符合規定的磁磚各需要的瓷磚個數是多少呢？

【活動：畫一個表格記錄一下】

正方形大小	個數
$1\text{cm} \times 1\text{cm}$	
$2\text{cm} \times 2\text{cm}$	
$3\text{cm} \times 3\text{cm}$	

正方形大小	個數

【大富翁的家庭】

師：這個年輕人變得更有錢了，這次這面牆更大了，是 $250\text{cm} \times 600\text{cm}$ ，也是需要正方形磁磚，一樣要剛好鋪滿，你們覺得老闆會帶多大的磁磚中符合規定的磁磚中，最大的那個磁磚規格是多少？需要幾個？

4、【引子】開始企圖做一個總結，設計一波一波的思維改變

【搶答的部分】讓孩子去找每一波所突破的重點

【聰明的老闆】採用因數的方式，又進行一波一波的思維改變，同時也在

【搶答的部分】讓孩子去找每一波所突破的重點

【聰明的老闆】

後來老闆來聽老師上課，變的聰明了些，他這次這麼做

第一波	第二波	第三波
先看看 6cm ， 然後把可能的磁磚列出來 1.6.2.3	再看看 8cm ，然後把可能的磁磚 列出來 1.8.2.4	Bingo! 1.2

【搶答問題】

Q1：第一波，老闆為什麼會列出 1.6.2.3？

Q2：第一波，老闆為什麼不寫 1.2.3.6，而要寫 1.6.2.3，有什麼特別因素嗎？

Q3：第二波，如果是 10cm ，那麼老闆會怎麼列？

Q4：第三波，老闆很快找出答案，是怎麼找的？說明一下。

肆、目前完成進度

- (一) 文獻探討: 閱讀相關文獻並邀請專家教師到校座談給予意見。
- (二) 教材示例: 針對高年段發展教學示例，並嘗試發展教學示例設計模組。
- (三) 教學示例的回饋與修改: 邀請專家教師提供寶貴意見。

伍、預定完成進度

- (一) 經營網路社群: 透過網路社群分享本研究之歷程與示例。
- (二) 實體共備推廣: 透過實體共備，推廣以教科書進行數學素養導向的課程轉化歷程與示例。